

§ 1 数学九章

(1) 数学九章とは

1247年に秦九韶が著したもの。その書式は、“九章算術”などの算経の影響を受けて、問題集の形式に作られている。だが、問題の後には多くの演算のプロセスとそのプロセスを解釈する算草や図式を付けている。

現在本では、81題からなり、大きくは9類に分けることができ、各類に9題の問題が含まれていて、それぞれには題名が付けられている。

(2) 数学九章での高次方程式の表し方



秦九韶は数学九章の中で、中国の前人が用いたものを用いている。つまり、方程式の定数項(“隅”と呼んだ)を第2層におき、得数(方程式を解いて得ることのできる数)である“商”を最上層におく。以下、上から下へ順次 x の1次項、2次項...(それぞれを“廉”と呼んだ)とならべ、最下層に最高次項の係数(“隅”と呼んだ)をおく。

参 考

当時の中国の記数法

算木を用いた「衡」と「宗」の数字

「衡」は一位、百位、万位、…、「宗」は十位、千位、十万位、…の数を表す*。

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	100	200	300	400	500	600	700	800	900
	1万, … 2万, … 3万, … 4万, … 5万, … 6万, … 7万, … 8万, … 9万, …								
衡									
宗	—	==	===	====	=====	⊥	⊥	⊥	⊥
	10	20	30	40	50	60	70	80	90
	1,000 2,000 3,000 4,000 5,000 6,000 7,000 8,000 9,000								
	10万, … 20万, … 30万, … 40万, … 50万, … 60万, … 70万, … 80万, … 90万 …								

表し方の注意事項

秦九韶は、右のように商は必ず正とし、定数項すなわち実の符号は必ず負としており、それ以外の係数については、正負を問わなかった。

さらに、図の中で従は正を表し、益は負を表す。

為負
術曰商常為正
實常為負
從常為正
益常

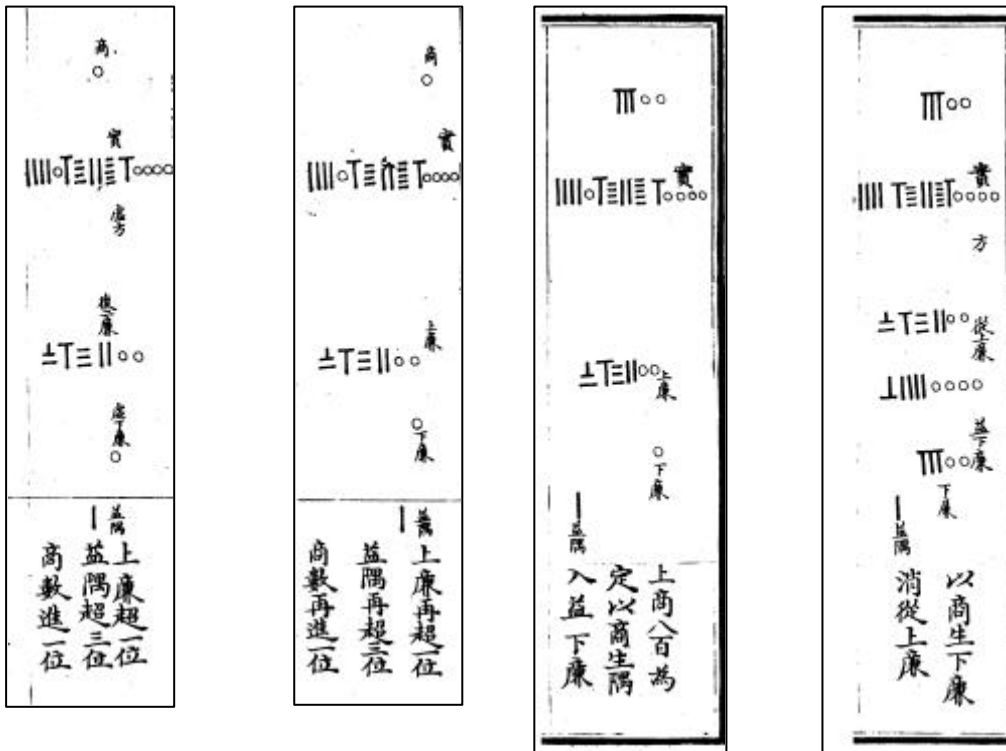
(3) 数学九章での高次方程式を利用する問題

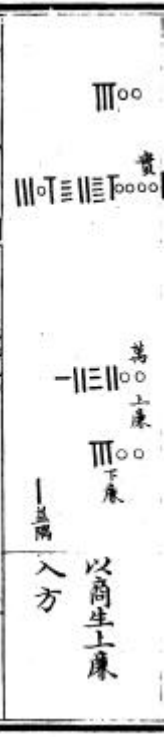
第3巻の尖田求積の中で導かれている(P12~P14を参照)4次方程式の解法を取り上げる。

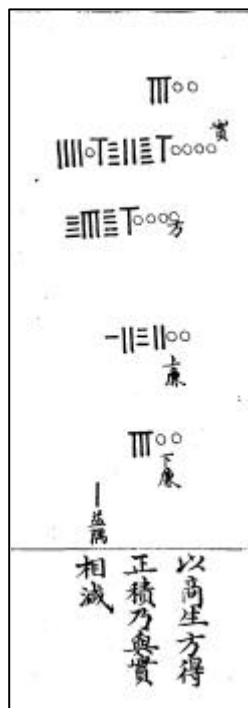
土地の面積を求めるために導かれた4次方程式を解いてみよう。

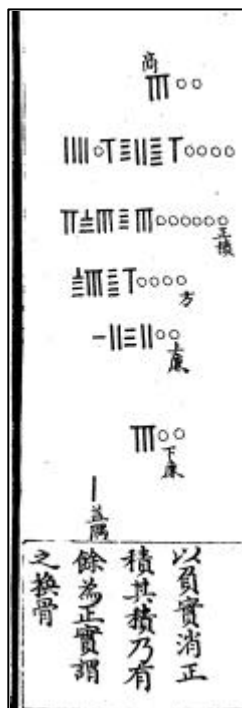
(4) 数学九章での高次方程式の解法

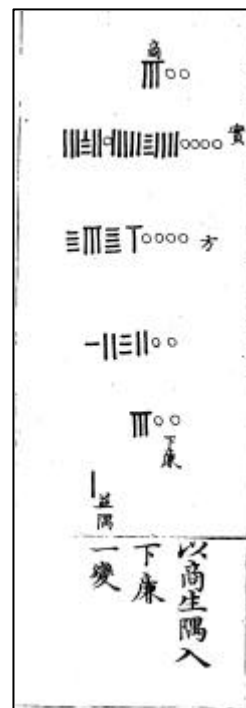
数学九章の中の4次方程式の解法“正負開三乘方図”を解釈しよう。

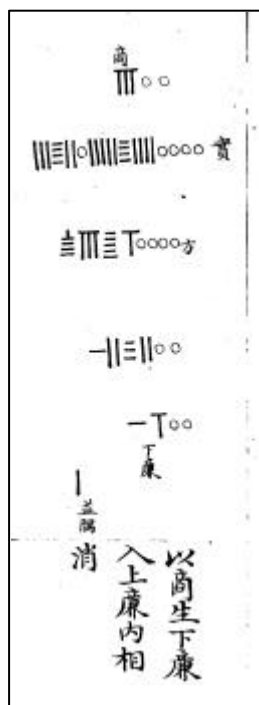




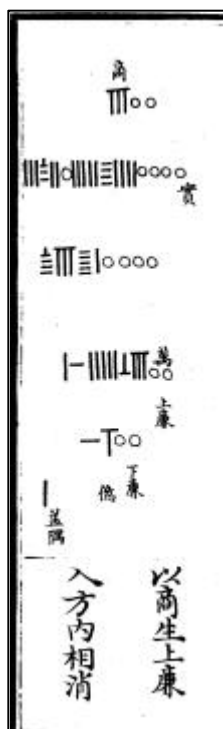


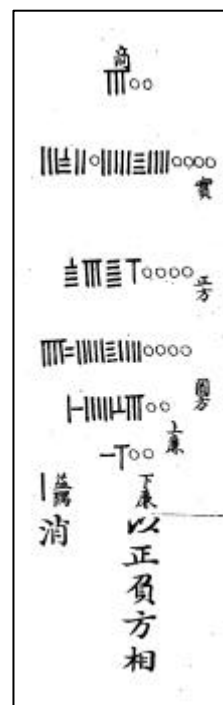



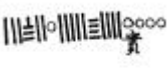
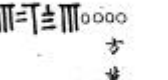
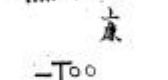
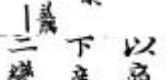



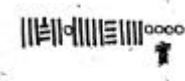

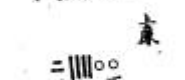
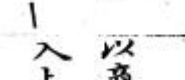



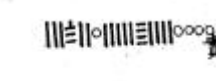
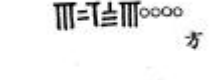
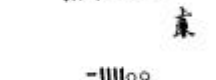
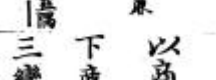






商





 以商生隅入
 下廉
 二變

商





 以商生下廉
 入上廉


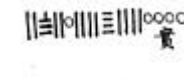
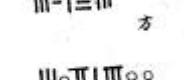
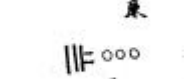
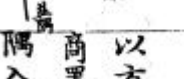
商





 以商生隅入
 下廉
 三變

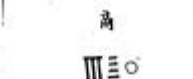

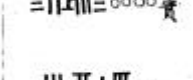
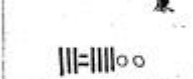
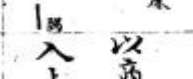
商


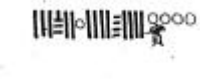
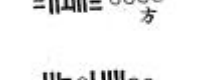
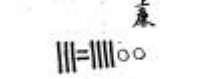




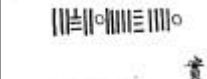

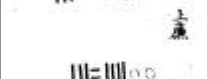
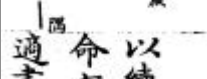


 方一退上廉二
 退下廉三退隅
 四退商續置
 四變止

商





 以方約實績
 商置四十生
 隅入下廉內

商





 以商生下廉
 入上廉內

商





 以商生上廉
 入方內

商





 以續商四十
 命方法除實
 適盡

21

上座
 〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
 三三三三三三三三三三
 方
 一三三三三三三三三三
 上座
 三三三三三三三三三三
 下座
 所得商數八
 四百四十步是
 為田積



MEMO

(5)数学九章での高次方程式の解法を体験

正負開三乗方図を用いて、次の方程式を解きなさい。

(番号は原典の過程に対応する)

					商
			- 7	5	実
			- 2	5	方
				2	上廉
			- 1	5	下廉
				1	隅

					商
			- 7	5	実
		- 2	5		方
		2			上廉
- 1	5				下廉
1					隅

			1	0	商
			- 7	5	実
		- 2	5		方
		2			上廉
- 1	5				下廉
1					隅

					商
					実
					方
					上廉
					下廉
					隅

					商
					実
					方
					上廉
					下廉
					隅

					商
					実
					方
					上廉
					下廉
					隅

					商
					寔
					方
					上廉
					下廉
					隅

					商
					寔
					方
					上廉
					下廉
					隅

					商
					寔
					方
					上廉
					下廉
					隅

					商
					寔
					方
					上廉
					下廉
					隅

					商
					寔
					方
					上廉
					下廉
					隅

					商
					寔
					方
					上廉
					下廉
					隅

					商
					实
					方
					上廉
					下廉
					隅

					商
					实
					方
					上廉
					下廉
					隅

					商
					实
					方
					上廉
					下廉
					隅

					商
					实
					方
					上廉
					下廉
					隅

21

					商
					实
					方
					上廉
					下廉
					隅

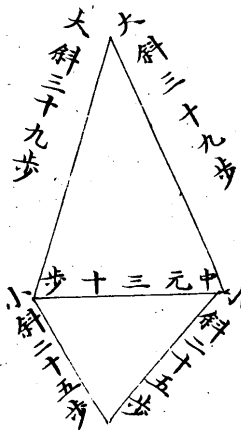
					商
					实
					方
					上廉
					下廉
					隅

数学九章での高次方程式の解法を体験して感じたこと

1時間目の感想を
書いてください。

数学九章の中では、次のような考えをもとに方程式を作っていました。
 中国語(漢文)はちょっと・・・って感じだろうと思うので、解説を付けて
 みました。
 どんな考え方をしてるのか、どんなやり方なのか、各自解釈してみよう！

尖田圖



問有兩尖田一段其尖長不等兩大斜三十九步兩小
 斜二十五步中廣三十步欲知其積幾何

解くための方針は

術曰以少廣求之翻法入之置半廣自乘為半冪與
 小斜冪相減相乘為小率以半冪與大斜冪相減相
 乘為大率以二率相減餘自乘為實併二率倍之為
 從上廉以一為益隅開翻法三乘方得積
一位開盡者不用翻法

こんな土地の面積を求めた
 かったようですねあ～～。
 皆さんならどうやって求め
 ますか。

次のページで数を用い
 て詳しく説明しましょ
 う！

萬為實以小率九萬併大率二十九萬一千六百得
 三十八萬一千六百倍之得七十六萬三千二百為
 從上廉按從上廉平方和數也以一為益隅開玲瓏翻法三乘
 方步法乃以從廉超一位益隅超三位約商得十今
 再超進乃商置百其從上廉為七十六億三千二百
 萬其益隅為一億約實置商八百為定商以商生益
 隅得八億為益下廉又以商生下廉得六十四億為
 益上廉與從上廉七十六億三千二百萬相消從上

草曰置廣三十步以半之得一十五自乘得二百二
 十五為半幂以小斜二十五步自乘得六百二十五
 為小斜幂與半幂相減餘四百與半幂二百二十五
 相乘得九萬步為小率置大斜三十九步自乘得一
 千五百二十一為大斜幂與半幂二百二十五相減
 餘一千二百九十六與半幂二百二十五相乘得二
 十九萬一千六百為大率以小率九萬減大率餘二
 十萬一千六百自乘得四百六億四千二百五十六

(数学九章内の説明)

$$25^2 - 15^2 = 400$$

(625) (225)

$$225 \times 400 = 90000$$

$$39^2 - 15^2 = 1296$$

(1521) (225)

$$225 \times 1296 = 291600$$

$$291600 - 90000 = 201600$$

$$201600^2 = 40642560000$$

(実とする)

$$291600 + 90000 = 381600$$

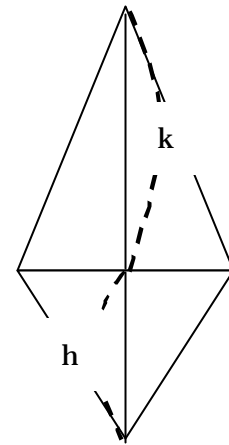
$$2 \times 381600 = 763200$$

(上廉とする)

これは、今の考え方で行くと・・・

面積を x とし、右の図のようにしたとき、
 $x=15(h+k)$ となる。

$25^2 - 15^2 = 400$ とは、 h^2 を求め、
 $225 \times 400 = 90000$ で $15^2 \times h^2$ を計算している。
 同様に、
 $39^2 - 15^2 = 1296$ とは、 k^2 を求め、
 $225 \times 1296 = 291600$ で $15^2 \times k^2$ を計算している。



$291600 - 90000 = 201600$ で、 $15^2 \times (h^2 - k^2)$ を計算し、
 $201600^2 = 40642560000$ では、 $15^4 \times (h^2 - k^2)^2$ としている。

$291600 + 90000 = 381600$ で、 $15^2 \times (h^2 + k^2)$ を計算し、
 $2 \times 381600 = 763200$ では、 $2 \times 15^2 \times (h^2 + k^2)$ としている。

すると、

- $x^4 + 763200x^2 - 40642560000$ は、
 - $\{15(h+k)\}^4 + 2 \times 15^2 \times (h^2 + k^2) \{15(h+k)\}^2 - 15^4 \times (h^2 - k^2)^2$ となり、
 計算すると 0 となるので、
 方程式 $-x^4 + 763200x^2 - 40642560000 = 0$ が考えられる。